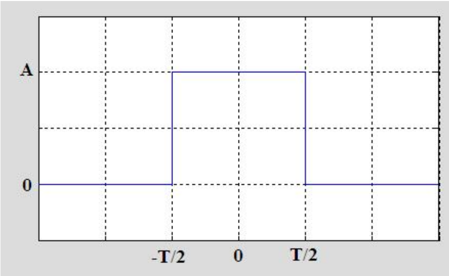


Fig [3]. Cette fonction représente la forme d’onde causée par une fente rectangulaire

On sait que cette onde se propage comme superposition des ondes sphériques à cause de la diffraction. La transformation de Fourier prend les données spatiales et les transforme en données de fréquence. On peut dire que c’est un spectromètre mathématique. En analysant les fréquences du signal, on peut découvrir la forme du signal original. Plus précisément, la transformée de Fourier d'une fonction du temps est une fonction complexe de fréquence dont la valeur absolue représente la quantité de cette fréquence présente dans la fonction d'origine et dont l'argument complexe est le déphasage de la sinusoïde de base dans cette fréquence.

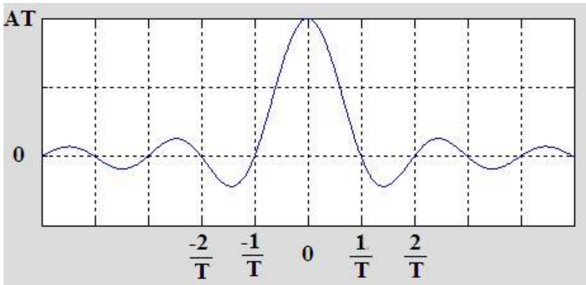
Chaque onde $f(t)$ est composée d’ondes constitutives qui ont des amplitudes, fréquences et phases différentes :

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) * e^{-2\pi i\omega t}dt = \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} Ae^{-2\pi i\omega t}dt = [\frac{-A}{2\pi i\omega} e^{-2\pi i\omega t}]_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}$$

$$= \frac{-A}{2\pi i\omega}(e^{-\pi i\omega d} - e^{\pi i\omega d}) =$$

$$= \frac{AT}{\pi\omega T}\left(\frac{e^{\pi i\omega T} - e^{-\pi i\omega T}}{2i}\right) = \frac{AT}{\pi\omega T} sin\ (\pi\omega \mathrm{T})$$

Ainsi, on obtient la transformation de Fourier de la fonctionne principale:



Ce graphique démontre que quand la fente est plus mince, cela va produire un spectre plus large. En général, les fonctions à changement rapide nécessitent une fréquence plus élevée. Les fonctions qui se déplacent plus lentement dans le temps auront moins d'énergie à haute fréquence.

Il faut noter qu'une autre forme de la fente, la fonction triangulaire, par exemple, va donner un autre spectre:

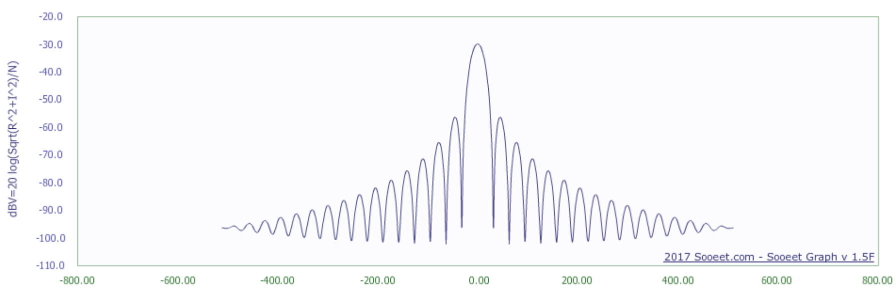


Fig. [4] Transformée de Fourier d'une fonction triangulaire

Images simulées obtenues sur le site: https://sooeet.com/math/online-fft-calculator.php

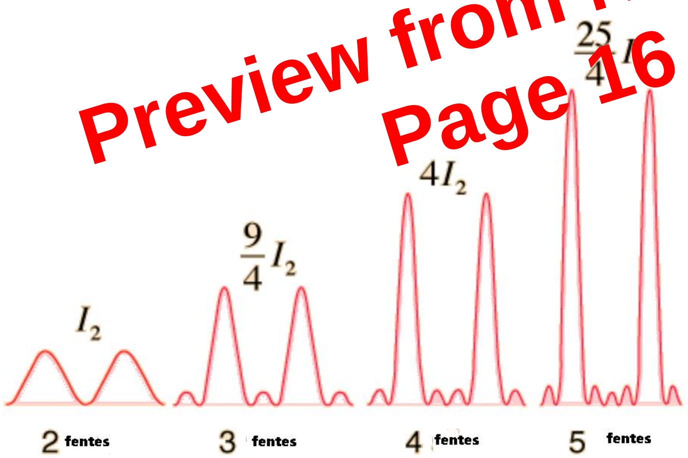


Fig. [5] L'intensité en fonction du nombre des fentes

L'intensité augmente proportionnellement au nombre de fentes au carré (N^2)

L'expression d'intensité de réseau donne une intensité qui est proportionnelle au carré du nombre de fentes éclairées (N^2). L'augmentation du nombre de fentes rend non seulement la diffraction maximale plus nette, mais également beaucoup plus intense. Par exemple, pour un réseau de diffraction de 1000 lignes par millimètre, l'intensité qu'on deux longueurs d'onde presque égales. Par exemple, si on veut observer les deux lignes dans le spectre de sodium, qui ont une longueur d'onde $\lambda_1 = 589.00\,nm$ et $\lambda_2 = 589.59\,nm$.

=>$R = \frac{589}{0.59} = 998.31$ (4)

Pour un réseau de N lignes, on a $N - 2$ maxima. La distance au premier minimum est essentiellement $1/N$ fois la séparation des maxima principaux. Ceci conduit à une résolution pour un réseau de diffraction:

$R = mN,$ ou m est l'ordre de diffraction, N le nombre des lignes dans le réseau de diffraction.

Alors, pour qu'on puisse distinguer les deux ondes au premier ordre il nous faut un réseau de $N = \frac{R}{1} = 998$, ou environ 1000 lignes. Cela justifie le choix du réseau de diffraction que j'ai fait.

Bibliographie:

[1] H. A. Lorentz, *The Theory of Electrons and Its Applications to the Phenomena of Light and Radiant Heat*, New York: Dover Books, 2011 (original 1915).

[2] Joseph von Fraunhofer
Source : https://en.wikipedia.org/wiki/Joseph_von_Fraunhofer

[3] Hecht, Eugene Optics 4th edition, Addison-Wesley, 2001

[4] Newton, Optiks, 1730
Source: https://archive.org/details/opticksortreatis1730n

[5] Steward, E.G. “Fourier Optics An introduction”, Dover Publications Inc, 2014

[6] “The Rayleigh Criterion”:

Fig. [16]. Image obtenue à l'aide d'une loupe, un prisme et un réseau de diffraction.

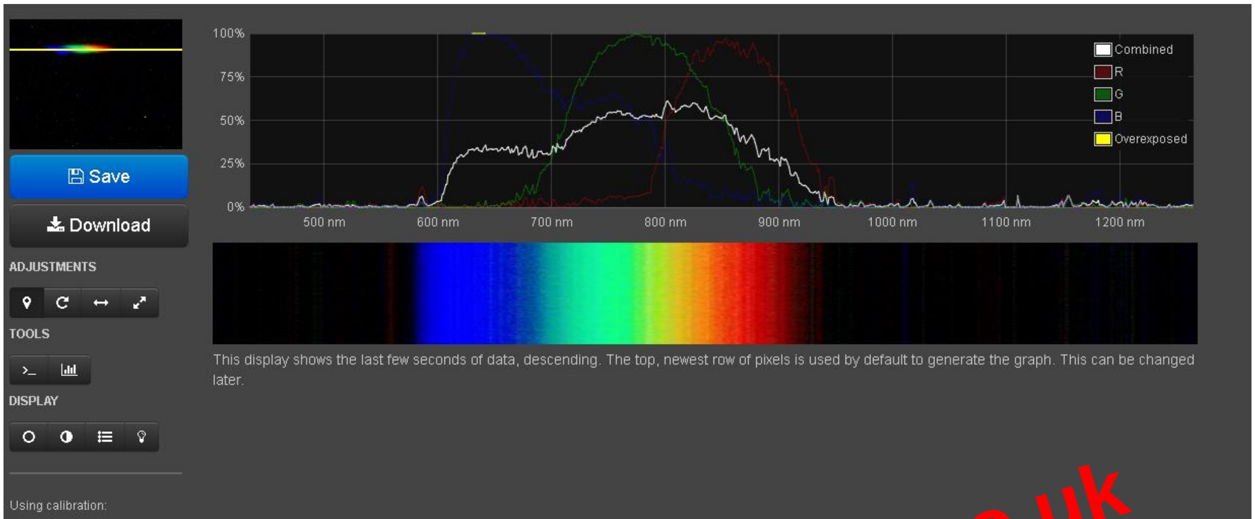


Fig. [17]. Image obtenue à l'aide d'un prisme et un réseau de diffraction.

Fig. [18] Image dans laquelle on voit la lumière du spectre violet.