

• **Utilisation de la définition de la dérivée d'une fonction u comme limite de son taux**

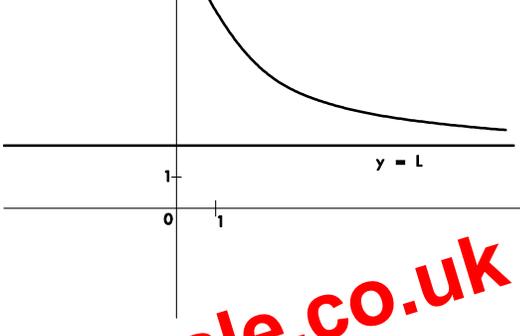
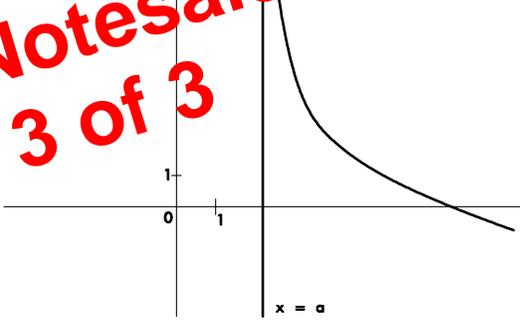
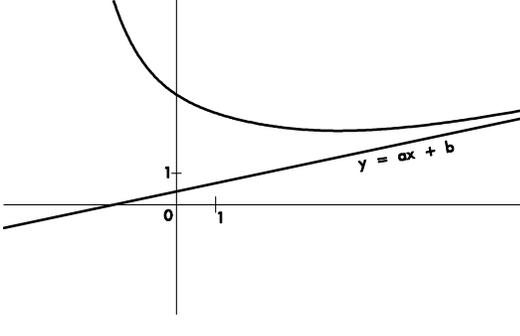
d'accroissement :
$$u'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{u(x) - u(x_0)}{x - x_0}$$

Exemple : étude du comportement en 1 de $f(x) = \frac{\sqrt{x^2+3} - 2}{x-1}$ (indétermination du type $\frac{0}{0}$)

En posant $u(x) = \sqrt{x^2+3}$, on observe que : $f(x) = \frac{u(x) - u(1)}{x-1}$.

Donc : $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{u(x) - u(1)}{x-1} = u'(1)$. Or $u'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+3}}$ et donc $u'(1) = \frac{1}{2} = \lim_{x \rightarrow 1} f(x)$

ASYMPTOTES

<p>Asymptote « horizontale » d'équation $y = L$ quand x tend vers $+\infty$:</p> $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = L$	
<p>Asymptote « verticale » d'équation : $x = a$</p> $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = +\infty$	
<p>Asymptote « oblique » d'équation : $y = ax + b$ quand x tend vers $+\infty$:</p> $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - ax - b) = 0$ <p>Rem : si on a la forme : $f(x) = ax + b + g(x)$ avec $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 0$ alors $\Delta : y = ax + b$ est asymptote à C_f en $+\infty$.</p>	

Remarque : les autres cas sont obtenus en remplaçant $+\infty$ par $-\infty$ et/ou $x > a$ par $x < a$.

Position de la courbe C d'une fonction f par rapport à une droite $\Delta y = ax + b$: cette position est donnée par le signe de $f(x) - ax - b$:

- si $f(x) - ax - b > 0$ alors C est au-dessus de Δ
- si $f(x) - ax - b < 0$ alors C est en dessous de Δ .

Courbes asymptotes

C_f et C_g sont dites asymptotes l'une à l'autre en $+\infty$ lorsque : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - g(x) = 0$ (id en $-\infty$).