

* Composé de deux fonctions continues:

→ Si: • f continue sur I
 • g continue sur J
 • $f(I) \subset J \left(\begin{array}{l} \forall x \in I \\ f(x) \in J \end{array} \right)$ } $\Leftrightarrow g \circ f$ continue sur I

* Prolongement par continuité:

→ Si: • f définie sur $I - \{x_0\}$
 • $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = l$

Donc: $\begin{cases} \tilde{f}(x) = f(x) & x \neq x_0 \\ \tilde{f}(x_0) = l \end{cases}$ (Prolongement de f en x_0)

* Image d'un intervalle par une fonction continue:

→ Image d'un intervalle par une fct continue est intervalle.
 → Si: • f continue et strictement monotone sur I :

I	$f(I)$ ($f \nearrow$)	$f(I)$ ($f \searrow$)
$[a; b]$	$[f(a); f(b)]$	$[f(b); f(a)]$
$[a; b[$	$[f(a); f(b) \lim_{x \rightarrow b^-} f(x)]$	$] \lim_{x \rightarrow b^-} f(x); f(a)]$
$]a; b]$	$] \lim_{x \rightarrow a^+} f(x); f(b)]$	$] \lim_{x \rightarrow a^+} f(x); \lim_{x \rightarrow b^-} f(x]$
$]a; b[$	$] \lim_{x \rightarrow a^+} f(x); \lim_{x \rightarrow b^-} f(x[$	$] \lim_{x \rightarrow b^-} f(x); \lim_{x \rightarrow a^+} f(x[$

Notesale.co.uk
 page 2 of 3

* Théorème des valeurs intermédiaires (T.V.I)

① Si f continue sur $[a, b]$ et $f(a) < k < f(b)$
 Donc l'équation $f(x) = k$ admet au moins une solution $\in [a, b]$

② Si f continue sur $[a, b]$ et $f(a) \cdot f(b) < 0$
 → Donc $f(x) = 0$ admet au moins une solution $\in [a, b]$
 → Si de plus: f strictement monotone et $f(a) \cdot f(b) < 0$
 Donc $f(x) = 0$ admet une unique solution $\in]a, b[$

⚠ Propriétés de $g \circ f$: (on pose le composé est vérifié)

→ Si: • $x_0 \in I$ • f continue en x_0 • g continue en $f(x_0)$

Donc $g \circ f$ continue en x_0

→ Si: • $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = l$ • g continue en l Donc: $\lim_{x \rightarrow x_0} g \circ f = g(l)$