

EJERCICIO N° 8. La rueda de la Fig. 2 es un disco sólido de masa $M = 2 \text{ Kg.}$ y radio $R = 30 \text{ cm.}$ ($I_{cm} = 1/2 M.R^2$) que puede girar alrededor de un eje de roce despreciable. El objeto suspendido tiene una masa $m = 0,5 \text{ Kg.}$, la cuerda es de masa despreciable y no resbala sobre el disco. Si el objeto suspendido parte del reposo, hallar:

- su aceleración y la fuerza que soporta la cuerda.
- la aceleración angular del disco.
- la velocidad de traslación luego que el disco ha girado 3 vueltas (Usar consideraciones energéticas)
- Enunciar los tres Principios de Conservación de la Mecánica y aplicarlos tomando como sistema bajo estudio el disco sólido. Justificar

$M = 2 \text{ kg}$
 $R = 30 \text{ cm} = \frac{3}{10} \text{ m}$
 $I_{cm} = \frac{MR^2}{2}$
 $U_{p,0} = 0$

③ SISTEMA Disco + masa

$\Delta E = E_{c,0} - E_{c,f} + E_{p,0} - E_{p,f}$

$0 = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} I \omega^2 - mgh$

$mgh = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} I \omega^2$

Como la rueda no desliza: $v = R\omega$

$mgh = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} \frac{MR^2}{2} \frac{v^2}{R^2}$

$6 \cdot 9 \cdot 0,5 = \frac{1}{2} v^2 + \frac{1}{4} \cdot 2 \cdot v^2$

$6,75 = \frac{3}{4} v^2$

$v = \sqrt{\frac{6,75 \cdot 4}{3}} = \sqrt{9} = 3 \text{ m/s}$

⑤ TRANSFORMACIÓN ENERGÍA MECÁNICA

$\Delta W = E_{c,cm} - E_{c,rot} + E_p - E_{p,0}$

Se conserva la energía mecánica, pero hay momento de fuerza no conservative.

En este caso T cambia su punto de aplicación, no hay trabajo exterior pero sí torque por $\Delta \theta$ de ϕ (ángulo) angular, $\Delta \theta$

$W_{T,rot} = \frac{1}{2} I \omega^2 - 0 + \Delta E_{tr,rot}$

$\Delta E_{tr,rot} = \Delta P$

$0 = P_f - P_0 \Rightarrow P = P_0$

$J_{angular} = \Delta L$

$T \cdot R \cdot \Delta \theta = T \cdot \Delta L = I \cdot \Delta \omega$

① Cuerpo I

$\Sigma F = m \cdot a$

$mg - T = m \cdot a$

② Cuerpo II

$\Sigma \tau_{cm} = I \cdot \alpha$

$T \cdot R = \frac{MR^2}{2} \cdot \alpha$

$T = \frac{MR}{2} \cdot \alpha$

③ Relación α y a

$a = R \cdot \alpha \Rightarrow \alpha = \frac{a}{R}$

Reemplazando α en II

$mg - m \cdot a = \frac{MR}{2} \cdot \frac{a}{R}$

$mg - ma = \frac{M}{2} a$

$a = \frac{2mg}{M + 2m} = \frac{2 \cdot 0,5 \cdot 9,8}{2 + 1} = \frac{9,8}{3} \approx 3,27 \text{ m/s}^2$

$T = \frac{M}{2} \cdot \frac{a}{R} = \frac{2}{2} \cdot \frac{3,27}{0,3} = 10,9 \text{ N}$

④ $\alpha = \frac{a}{R} = \frac{3,27}{0,3} = 10,9 \text{ rad/s}^2$

① Variación de la energía cinética del sistema

$$E_{\text{in}} = \frac{1}{2} m_p v_0^2$$

$$E_{\text{fin}} = \frac{1}{2} m_p v_f^2 + \frac{1}{2} I_p \omega^2$$

$$\Delta E_c = E_{\text{fin}} - E_{\text{in}} = \frac{1}{2} m_p \left[\frac{v_f^2}{2} - v_0^2 \right] + \frac{1}{2} \frac{M R^2}{2} \omega^2$$

Reemplazando con (A)

$$\Delta E_c = \frac{1}{2} m_p \left[\frac{v_0^2 \left(\frac{1}{8} - 1 \right)}{2} \right] + \frac{1}{2} \frac{M R^2}{2} \frac{v_0^2 \left(\frac{1}{8} - 1 \right)^2}{\frac{1}{2} M R^2}$$

$$\Delta E_c = \frac{1}{2} m_p v_0^2 \left[\frac{1}{8} - 1 \right] + \frac{m_p^2 v_0^2}{M R^2} \left[\frac{1}{8} - 1 \right]^2$$

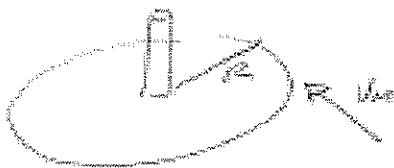
$$\Delta E_c = \frac{1}{2} m_p v_0^2 \left\{ -\frac{7}{8} + 0,84 \frac{m_p}{M} \frac{v_0^2}{R^2} \right\}$$

$$\Delta E_c = E_{\text{perdida}} \left\{ 0,84 \frac{1024 \cdot 10^3 \text{ kg}^2}{2000 \cdot 25^2} - \frac{7}{8} \right\} \Rightarrow \Delta E_c = -0,874 E_{\text{in}}$$

Hay pérdida de energía $\Delta E_c = -1573 \text{ Joule}$

Ejercicio N° 12 Una plataforma horizontal como la mostrada en la figura puede rotar alrededor de un eje vertical sin fricción. La plataforma tiene una masa de 200kg y un radio de 2,5m. Supongamos que la plataforma se encuentra en reposo y que una mujer de 70 kg viene corriendo según una trayectoria tangencial a la periferia de la misma, con una velocidad de 2m/s, saltando sobre ella.

- a) ¿cuál es la velocidad angular del sistema plataforma-mujer?
 b) calcule la energía cinética inicial y final, ¿se conserva?
 Explicar



$$M_p = 200 \text{ kg}$$

$$R_p = 2,5 \text{ m}$$

$$v_m = 2 \text{ m/s}$$

$$M_m = 70 \text{ kg}$$

System: Person + Platform

$$J = \Delta L$$

$$0 = L_f - L_i$$

$$L_f = L_i$$

$$M_p R_p^2 \omega = \left(\frac{M_m v}{R} \right) R + M_m R^2 \omega$$

$$\omega R_p \left[\frac{M_p}{2} + M_m \right] = M_m v$$

$$\omega = \frac{M_m v}{R_p \left[\frac{M_p}{2} + M_m \right]}$$

$$\omega = \frac{70 \text{ kg} \cdot 2 \text{ m/s}}{2,5 \text{ m} \left[\frac{200}{2} + 70 \right] \text{ kg}} = \frac{140}{425} \frac{1}{\text{s}} = \frac{28}{85} \frac{1}{\text{s}} = 0,33 \frac{1}{\text{s}}$$

$$\omega = 0,33 \frac{1}{\text{s}}$$

$$E_{\text{in}} = \frac{1}{2} M_m v^2 = \frac{1}{2} 70 \text{ kg} \cdot 4 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} = 140 \text{ Joule}$$

$$E_{\text{fin}} = \frac{1}{2} \left[I + M_m R^2 \right] \omega^2 = \frac{1}{2} \left[\frac{M_p}{2} + M_m \right] R^2 \omega^2 = 57,65 \text{ Joule}$$