

REPUBLIQUE TUNISIENNE MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION ◆◆◆ EXAMEN DU BACCALAUREAT SESSION DE JUIN 2014	Epreuve : MATHEMATIQUES
	Durée : 3 H
	Coefficient : 3
Section : Sciences expérimentales	Session de contrôle

Le sujet comporte 4 pages. La page annexe 4/4 est à rendre avec la copie.

Exercice 1 (5 points)

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on considère l'ensemble

(S) des points $M(x, y, z)$ de l'espace tels que $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 1 = 0$.

1) Montrer que (S) est la sphère de centre le point $I(1, -1, 0)$ et de rayon $\sqrt{3}$.

2) Soit Δ la droite passant par le point $A(0, 0, 3)$ et de vecteur directeur $\vec{u} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$.

a) Donner un système d'équations paramétriques de la droite Δ .

b) Montrer que l'intersection de Δ et (S) est vide.

3) Soit B le point de coordonnées $(3, 0, 0)$.

a) Justifier que le point B et la droite Δ déterminent un plan P.

b) Montrer que P a pour équation cartésienne $x + y + z - 3 = 0$.

c) Prouver que le plan P est tangent à la sphère (S) et déterminer les coordonnées de leur point de contact.

Exercice 2 (5 points)

On considère, dans \mathbb{C} , l'équation (E) : $2z^2 - \sqrt{2}(1-i)z - 2i = 0$.

1) a) Montrer que le discriminant Δ de l'équation (E) est égal à $6(1+i)^2$.

b) Résoudre l'équation (E).

2) a) Donner l'écriture exponentielle de $1-i$.

b) Vérifier que pour tout nombre complexe z :

$$2 \left(e^{-i\frac{\pi}{4}} z \right)^2 - \sqrt{2}(1-i) \left(e^{-i\frac{\pi}{4}} z \right) - 2i = -2i(z^2 - z + 1).$$

c) Montrer que les solutions de l'équation $z^2 - z + 1 = 0$ sont $e^{-i\frac{\pi}{3}}$ et $e^{i\frac{\pi}{3}}$.

d) En déduire une écriture exponentielle de chacune des solutions de l'équation (E).

e) Déterminer alors la valeur exacte de $\cos \frac{\pi}{12}$.